

Corso di Laurea Magistrale in Economia Aziendale
"CORSO DI STATISTICA AVANZATO"
INFERENZA STATISTICA

Testi di Riferimento:

A. Di Ciaccio, S. Borra (McGraw Hill) *Statistica – Metodologie per le scienze economiche e sociali*

(Capitoli 8-9: di riepilogo); Capitoli 10-14; Capitoli 16-18.

G. Cicchitelli (Pearson) *Statistica: Principi e Metodi*

Capitoli 12-14: di riepilogo; Capitoli 15-21.

Materiale Aggiuntivo del docente.

Esercizi oltre che nei precedenti libri di testo, ad esempio: Montanari, P. Agati, D.G. Calò (Ambrosiana) *Statistica*

Textbook :

Levine, Krehbiel, Berenson: Statistics (Sections 4-10)

Newbold, Carlson, Thorne: Statistics (Sections 4-13)

INFORMAZIONI GENERALI

La prova d'esame consiste nello svolgere esercizi relativi agli argomenti trattati durante il corso: hanno natura pratica ma richiedono commenti basati sui diversi aspetti teorici

ESAMI: 5 appelli (da Gennaio a Settembre)

Saranno resi noti su www.unicalstat.it

Ricevimento

- **Mercoledì dalle 18 alle 20 [per la teoria] Cubo OC 3° piano**
- **Tutoring da stabilire [per gli esercizi]; Esercitazioni da stabilire**

ATTENZIONE!

Non c'è distinzione tra teoria ed esercitazioni: è richiesta la partecipazione a tutte le attività previste dal corso...

Cosa conosciamo?

In base agli strumenti forniti dalla Statistica Descrittiva:

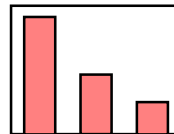
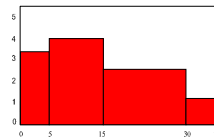
Insieme di dati:

23 25 65 67 89 13 47 28
24 37 39 56 57 98 74 27 23
78 56 29 23 24 29 36
.....

TABELLE

X	n_i	f_i (%)	F_i
x_1	n_1	f_1	F_1
...	...	...	...
x_i	n_i	f_i	F_i
...	...	...	...
x_k	n_k	f_k	F_k
Tot	n	1	

GRAFICI



STATISTICHE DESCRITTIVE

Es:

$Mo; Me; Q_1; Q_3$

$$M(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i n_i; \text{ etc.}$$

$$V(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - M(x))^2 n_i; \text{ etc.}$$

Statistica Descrittiva

Raccolta dei dati, loro sistemazione in forma tabellare (semplice e doppia) e grafica, calcolo delle principali misura descrittive (di centralità, di variabilità, di forma, di associazione) .

Ma la conoscenza di un fenomeno basata su un collettivo statistico può essere parziale quando il collettivo statistico rappresenta un campione tratto da una più ampia popolazione



Statistica Inferenziale (oggetto ed obiettivo del corso)

Utilizza l'informazione contenuta nel campione per “trarre conclusioni” su una popolazione più ampia avvalendosi dei concetti e degli strumenti del Calcolo della **PROBABILITA'**

Approccio induttivo o inferenziale:

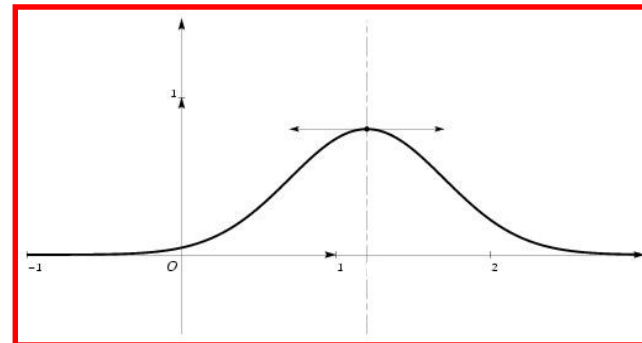
Collettivo statistico $\longrightarrow$ Popolazione e campione
 Carattere statistico $\longrightarrow$ Variabile (casuale) statistica

f_i (frequenza relativa) $\longrightarrow$ p_i (probabilità)

Distr. empirica

distrib. teorica (poss. descritta da un modello)

X	f_i (%)
x_1	f_1
...	...
x_i	f_i
...	...
x_k	f_k
T	1



E per le principali misure di sintesi:

$M(x)$ $\longrightarrow$ $\bar{x}$ e μ

$V(x)$ $\longrightarrow$ s^2 e σ^2

La probabilità è stata trattata nella seconda parte del corso di Statistica della triennale del corso di laurea in EA Unical.

Riassumiamo qui i principali concetti e i modelli probabilistici

UNA PRELIMINARE DEFINIZIONE INTUITIVA

La PROBABILITA' può essere definita come il grado di “verosimiglianza”/plausibilità con cui un evento è destinato a verificarsi

(probabilità di estrarre una carta da un mazzo, probabilità che oggi piova, probabilità che una certa squadra vinca il campionato, probabilità che un prodotto abbia successo sul mercato, ecc.)

Ma, “quando e perché” nasce l'esigenza di ricorrere alla probabilità nello studio di un fenomeno?

In generale si ricorre alla probabilità (ed ai conseguenti modelli probabilistici) per studiare problemi aziendali caratterizzati da comportamento incerto

L'*incertezza* è una componente imprescindibile di ciascun aspetto della vita: il problema nasce dal fatto che spesso si opera in una condizione di parziale conoscenza circa il verificarsi o meno di un dato stato della realtà

esempio

- 1. La diagnosi di una malattia non deriva univocamente dal complesso dei sintomi evidenziati in un paziente**
- 2. La scelta di investire o meno in un certo titolo azionario non scaturisce necessariamente dal suo andamento precedente**

Ogni qual volta si attiva un processo di osservazione e/o misurazione di un fenomeno soggetto a variazione (nel senso che il suo risultato è incerto) si può parlare in senso lato di **esperimento**

Se l'esito è prevedibile a priori con certezza l'esperimento è **deterministico**

Se l'esito non può essere previsto con certezza allora l'esperimento** è **casuale****

Spesso decisioni strategiche o di 'politica aziendale' sono basate su un insieme implicito o presunto di probabilità:



Pianificazione, Controllo, Gestione

ESEMPIO

Il presidente di una società ha presentato offerte in 5 diverse gare di appalto per l'anno successivo. Attualmente i dipendenti possono essere impegnati per un massimo di due progetti e la società può assumere manodopera a tempo determinato da impegnare al massimo per un terzo progetto. Se la società si aggiudicasse 4 o 5 progetti sarebbe necessario o sub-appaltare o aumentare il n° di dipendenti. Con il ragionamento probabilistico il Presidente può valutare l'eventualità di aggiudicarsi da 0 a 5 progetti

Ritenere sia 0,8 la probabilità di aggiudicarsi due progetti comporterà decisioni diverse dal valutare sia 0,8 quella di aggiudicarsene quattro

In una indagine di mercato volta ad analizzare i piani di consumo che regolano le scelte di acquisto di beni durevoli, il direttore marketing di una grande società vuole studiare le intenzioni di acquisto da parte dei consumatori di una nuova TV di grandi dimensioni nei prossimi 12 mesi. Il responsabile marketing sottopone un questionario a un campione di consumatori allo scopo di valutare: a) la probabilità che un consumatore pianifichi l'acquisto di una grande TV nell'arco di 12 mesi; b) la probabilità che un consumatore acquisti effettivamente la TV

Un ospedale sa dall'esperienza passata che il sabato notte mediamente al Pronto Soccorso c'è un ricovero l'ora. Il PS è dotato di 3 sale di terapia intensiva. I responsabili vorrebbero sapere in prospettiva qual è la probabilità di dover ricoverare più di tre pazienti durante qualunque ora del sabato notte. Se tale probabilità fosse elevata sarebbe necessario attrezzare altri locali di terapia intensiva; diversamente le costose attrezzature rimarrebbero inutilizzate per la maggior parte del tempo e le risorse potrebbero essere impiegate meglio in altri reparti

Nella maggior parte delle situazioni aziendali non si può essere sicuri del verificarsi di un evento futuro ma se fosse conosciuta la sua probabilità si avrebbe una opportunità migliore per prendere la decisione ottima, rispetto al caso in cui non si avesse alcuna informazione sull'evento.

Al fine di pronunciare giudizi probabilistici su un problema in condizioni di incertezza è necessario sviluppare una serie di definizioni e concetti che rappresentano i pilastri fondamentali per definire e calcolare la probabilità

Alcuni esempi di esperimento casuale

- Lancio di una moneta
- N° di progetti che la società può aggiudicarsi (da 0 a 5)
- N° persone che saranno ricoverate al Pronto Soccorso in un'ora del sabato notte
- Acquisto o meno di un articolo (TV) da parte di un consumatore
- Cambiamento giornaliero di un indice azionario (es. MIB30)
- Peso di una confezione di biscotti, scelta dalla linea produttiva (Controllo Qualità)
- Lancio di un dado a sei facce

Lavorare in condizioni di incertezza



Probabilità

Nasce dall'esigenza di definire e quindi di misurare il grado di incertezza connesso al risultato derivante da una prova

Esempio

Numero che appare sulla faccia superiore del dado dopo averlo lanciato



I concetti “primitivi” o parole chiave

La prova



La prova è un esperimento (*casuale o aleatorio*) che porta a due o più possibili risultati senza che si possa prevedere quale di questi si realizzerà

L'evento



Per evento (*casuale o aleatorio*) si intende uno dei possibili risultati della prova

La probabilità



La probabilità è un numero compreso tra 0 ed 1 che misura il grado di incertezza sul verificarsi di un evento

In una data **prova**, l'**evento A** si verifica con **probabilità $P(A)$**

Consideriamo 3 esempi diversi in cui si parla di probabilità:

- 1) pescare una carta nera da un mazzo
- 2) un individuo preferisce un prodotto ad un altro
- 3) un prodotto ha successo sul mercato

In tutti e tre i casi:

la probabilità è una proporzione (o frazione) compresa tra 0 e 1

Si associa il valore 0 a un evento che non ha alcuna possibilità di verificarsi (**evento impossibile**) e valore 1 ad un evento che si verifica certamente (**evento certo**).

Queste due situazioni limite sono intuitive ma nei casi intermedi ed in generale come misurarla?

E' immediato per tutti determinare le seguenti probabilità:

- lancio di una moneta (*esperimento casuale*)

esiti possibili: TESTA, CROCE (*eventi casuali*)

la probabilità che esca testa è $1/2$



- lancio di un dado (*esperimento casuale*)

esiti possibili: 1,2,3,4,5,6 (*eventi casuali*)

la probabilità che sulla faccia superiore appaia il numero 6 è $1/6$



Per calcolare le probabilità di eventi più complessi abbiamo però bisogno di introdurre i concetti di **SPAZIO CAMPIONARIO**, di **Evento Complementare**, **Evento Congiunto** o **Intersezione**, **Evento Unione**

Esempio: “Costruiamo” il seguente esperimento

Poniamo in un'urna 100 palline

20 nere, **30 rosse**, **50 bianche**

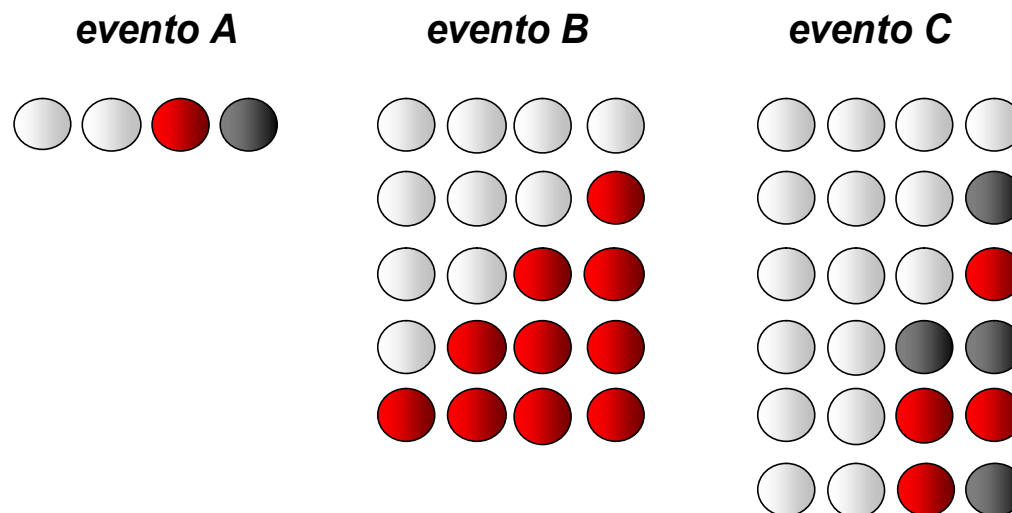
Estraiamo 4 palline in sequenza, con reimmissione

Possiamo prendere in considerazione i seguenti eventi:

A: estrazione di una pallina nera, una rossa e 2 bianche

B: nessuna presenza delle palline nere

C: estrazione di 2 o più palline bianche



Come determiniamo le probabilità?

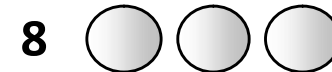
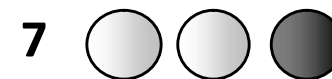
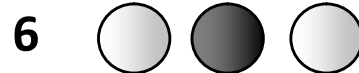
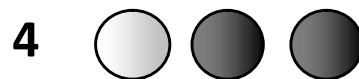
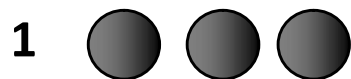
Spazio campionario

L'insieme di tutte le possibili realizzazioni di un esperimento è detto **spazio degli eventi elementari** o **spazio campionario** e viene indicato con $S = \{E_1, E_2, E_3, \dots, E_k\}$

Esempio Urna: urna di 100 palline (30 Nere, 70 Bianche)

Estraiamo 3 palline in sequenza, con reimmissione

I possibili eventi elementari sono (tenendo conto dell'ordine di estrazione)



Esempi



1) Qual è lo Spazio Campionario per il lancio di un dado a sei facce?

Gli eventi elementari sono i 6 possibili numeri sulle facce e lo spazio campionario è:

$$S=\{1,2,3,4,5,6\}$$

N.B. Il verificarsi di un evento elementare esclude il verificarsi di un altro evento elementare e uno dei sei eventi deve necessariamente verificarsi

2) Consideriamo il lancio di due dadi con 6 facce; i possibili eventi elementari sono (tenendo conto dell'ordine di lancio):

$$S= \{(1;1),(1;2),(1;3),(1;4),(1;5),(1;6),(2;1),(2;2),(2;3),(2;4),(2;5),(2;6), \\ (3;1),(3;2),(3;3),(3;4),(3;5),(3;6),(4;1),(4;2),(4;3),(4;4),(4;5),(4;6), \\ (5;1),(5;2),(5;3),(5;4),(5;5),(5;6),(6;1),(6;2),(6;3),(6;4),(6;5),(6;6)\}$$

EVENTI

In molti casi siamo interessati a sottoinsiemi di eventi elementari e non ai singoli eventi elementari. Ad esempio nel lancio del dado potremmo essere interessati all'uscita di un numero pari, cioè 2,4 oppure 6.

Un evento A è un qualsiasi sottoinsieme di eventi elementari di uno spazio campionario. Un evento si verifica quando il risultato dell'esperimento casuale è uno degli eventi elementari che lo costituiscono

L'**evento impossibile** rappresenta l'assenza di eventi elementari, mentre l'**evento certo** è rappresentato da tutti gli eventi elementari ed è quindi lo stesso S .

In alcuni casi siamo poi interessati al verificarsi simultaneo di due o più eventi:

Esempio. Si lancia un dado: due eventi che si possono considerare sono :

E=“ il risultato è un numero pari”; F=“il risultato è un numero maggiore o uguale a 4”.

Due eventi **E** e **F** si verificano contemporaneamente quando l'evento che rappresenta il risultato di un esperimento casuale appartiene ad entrambi gli eventi. L'insieme di eventi che appartiene ad ognuno degli eventi considerati si chiama (evento) ***intersezione*** di questi eventi ed è indicato con $E \cap F$.

Nel precedente esempio l'intersezione dei due eventi è data dalle facce 4 e 6

In altri casi potremmo invece essere interessati al verificarsi di almeno uno di due o più eventi:

Esempio. Si lancia un dado: due eventi che si considerare sono sempre :

E=“ il risultato è un numero pari”; F=“il risultato è un numero maggiore o uguale a 4”.

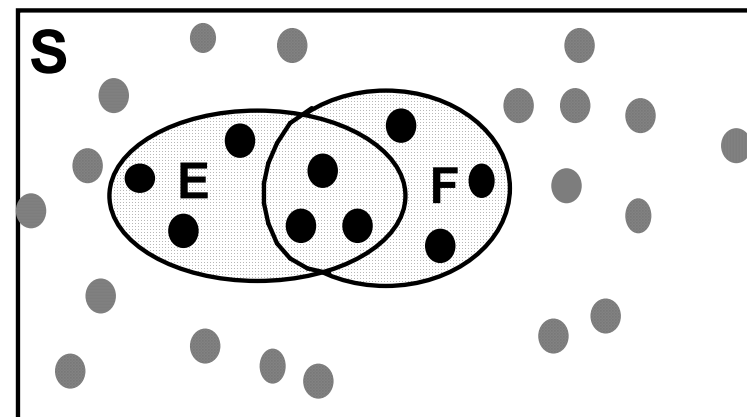
Dati due eventi **E** e **F** diciamo che si verifica almeno uno dei due quando l'evento che rappresenta il risultato di un esperimento casuale appartiene ad almeno uno degli eventi. L'insieme di eventi che appartiene ad almeno uno degli eventi considerati si chiama (evento) **unione** di questi eventi ed è indicato con **$E \cup F$** .

Nel precedente esempio l'unione dei due eventi è data dalle facce 2,4,5 e 6 che appartengono tutti ad almeno uno dei due eventi .

Data la corrispondenza tra eventi e insiemi di punti, lo studio della relazione tra eventi è riconducibile a quello delle relazioni tra insiemi. Uno schema utile per illustrare quindi gli eventi precedenti, altri importanti eventi e le loro relazioni reciproche è il **Diagramma di Venn**: permette una facile visualizzazione

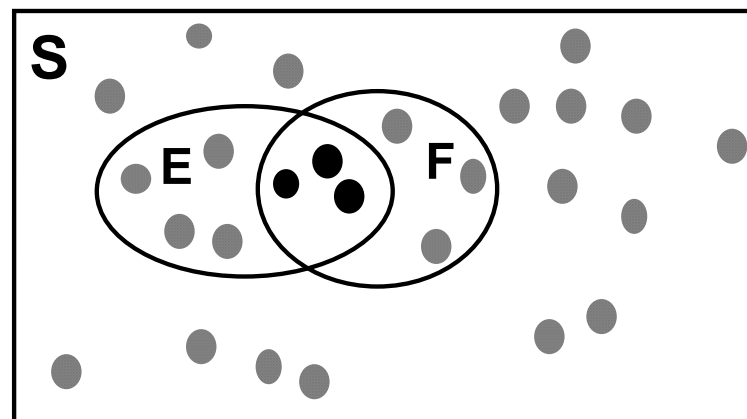
L'evento unione

Sia S lo Spazio Campionario, dati due eventi E e F , l'evento unione $E \cup F$ si verifica se si verifica almeno uno degli eventi



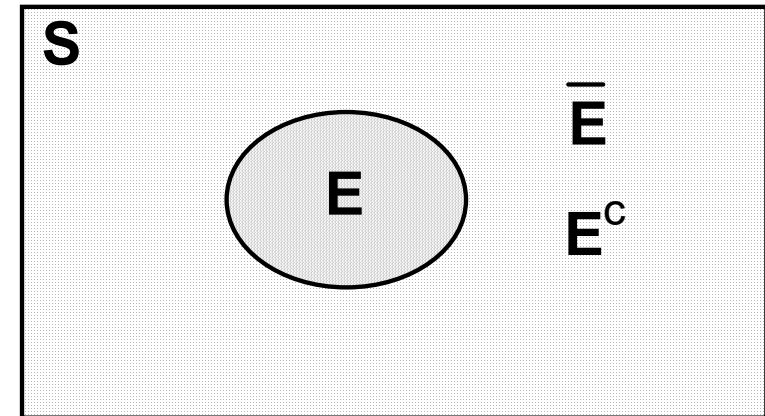
L'evento intersezione

Sia S lo Spazio Campionario, dati due eventi E e F , l'evento intersezione $E \cap F$ si verifica se accadono entrambi gli eventi



L'evento negazione

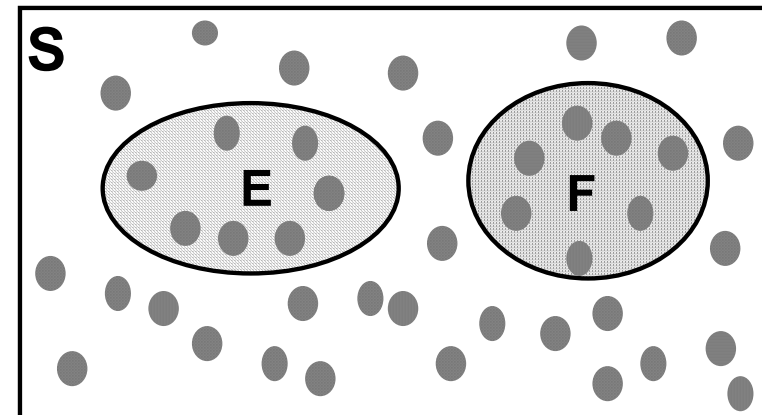
Unione e intersezione si riferiscono a singoli eventi, la negazione si riferisce invece all'intero esperimento



L'evento negazione o (complementare) di un evento E , indicato con E^c (non E) si verifica quando non si verifica E

Eventi disgiunti

Due eventi disgiunti non possono presentarsi insieme e quindi sono **MUTUALMENTE INCOMPATIBILI**



- ➡ **Evento impossibile:** è l'evento che non può mai verificarsi e può essere definito come:

$$A \cap \bar{A} = B \cap \bar{B} = \emptyset$$

- ➡ **Evento certo**, ossia l'evento che si verifica sempre in quanto comprende tutti i possibili risultati dell'esperimento. Può essere definito:

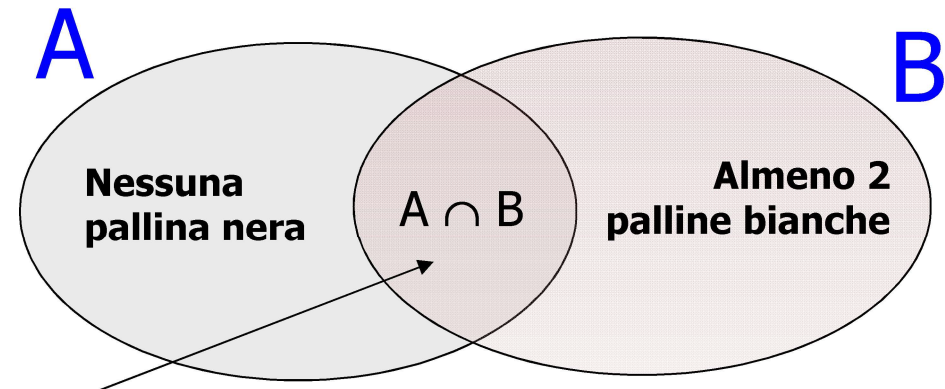
$$\emptyset^c = \Omega$$

- ➡ Infine, due eventi **A** e **B**, si dicono **incompatibili** se:

$$A \cap B = \emptyset$$

Il Diagramma di Venn e l'esempio dell'urna

A = nessuna pallina nera
B = almeno 2 palline bianche



**Nessuna pallina nera
e almeno due bianche**

Verificate attraverso il precedente diagramma di Venn:

- La negazione di A è definita come l'evento "estrazione di almeno una pallina nera"
- Intersezione $A \cap B$ è costituita dall'evento "Estrazione di almeno due palline bianche e nessuna nera"
- Evento $A \cup B$ è costituito da tutte le quadruple che non contengono palline nere oppure, pur contenendo palline nere, contengono almeno due palline bianche

E' IMPORTANTE PER CALCOLARE LE PROBABILITA' FORMALIZZARE GLI EVENTI

Considerato a caso uno tra i candidati all'esame di ammissione ad una accademia teatrale, sia A l'evento *"il candidato ha meno di 35 anni"*, B l'evento *"ha una buona dizione"* e C l'evento *"ha già avuto esperienze di lavoro nel mondo dello spettacolo"*

Adoperando la nozione insiemistica si scrivano gli eventi:

1. Il candidato non ha una buona dizione
2. Ha meno di 35 anni e una buona dizione
3. Ha meno di 35 anni ma non ha una buona dizione
4. Non ha una buona dizione ma ha avuto esperienze di lavoro
5. Ha più di 35 anni, una buona dizione ed esperienze di lavoro
6. Possiede una delle tre caratteristiche
7. Ha buona dizione o ha già lavorato ma non ha entrambe le caratteristiche

1) $\bar{B}$

2) $A \cap B$

3) $A \cap \bar{B}$

4) $\bar{B} \cap C$

5) $\bar{A} \cap B \cap C$

6) $A \cup B \cup C$

7) $(B \cup C) - (B \cap C)$

Esempio su dati osservati

Supponiamo di chiedere ad un campione di 1000 individui se siano o meno intenzionati ad acquistare un Tv entro i successivi 12 mesi. Dopo 12 mesi viene verificato l'effettivo acquisto:

Acquisto Pianificato	Acquisto Effettivo		Totale
	SI	NO	
SI	200	50	250
NO	100	650	750
Totale	300	700	1000

Lo spazio campionario consiste nell'intero insieme dei 1000 individui

La definizione degli eventi dipende da come vengono classificati i diversi risultati

Rispetto ai piani di acquisto:

- *A: acquisto pianificato*
- *B: acquisto non pianificato*

Rispetto all'acquisto effettivo:

- *C: acquisto effettivo*
- *D: acquisto non effettivo*

Definizione degli eventi

- Il **complementare** o **negazione** di un evento **A** è l'**evento negato** $\bar{A}$ che comprende tutti gli eventi elementari che non fanno parte di A

Il complementare di “A = acquisto pianificato” è “B = acquisto non pianificato = $\bar{A}$ ”

- Un **evento congiunto** o **evento intersezione** è un evento definito da due o più caratteristiche

L'evento “A = acquisto pianificato e C = acquisto effettivo” è un evento congiunto

- L'**evento unione** è l'evento che si realizza quando è vero l'evento A oppure l'evento B oppure sono veri entrambi

L'evento “A = acquisto pianificato o C = acquisto effettivo” è un evento unione

Alcune Proprietà delle operazioni

Proprietà	Unione	Intersezione
Legge commutativa:	$E \cup F = F \cup E$	$E \cap F = F \cap E$
Legge associativa	$E \cup (F \cup G) = (E \cup F) \cup G$	$E \cap (F \cap G) = (E \cap F) \cap G$
Legge distributiva	$E \cup (F \cap G) = (E \cup F) \cap (E \cup G)$	$E \cap (F \cup G) = (E \cap F) \cup (E \cap G)$
Idempotenza	$E \cup E = E$	$E \cap E = E$
Monotonia: $E \supset F$	$E \cup F = E$	$E \cap F = F$

Fra i due eventi estremi valgono le relazioni:

$$\Omega^c = \emptyset; \quad \emptyset^c = \Omega$$

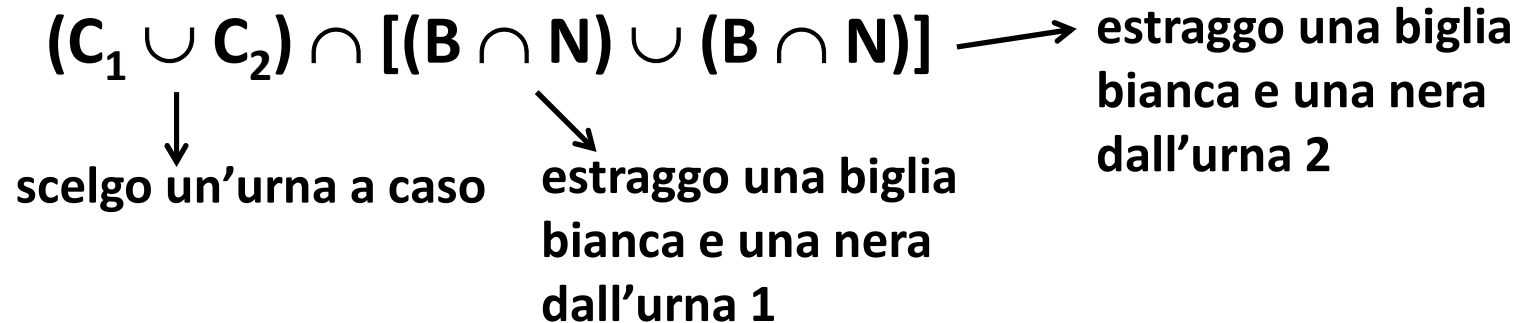
In un esperimento casuale abbiamo a disposizione due urne: nella prima sono contenute 7 biglie bianche e 3 nere, nella seconda 5 biglie bianche e 5 nere. Scegliendo un'urna a caso, qual è la probabilità di estrarre una biglia bianca e una nera?

C_1 = scelgo urna 1

C_2 = scelgo urna 2

B = scelgo biglia bianca

N = scelgo biglia nera



$$(C_1 \cup C_2) \cap [(B \cap N) \cup (B \cap N)] = [C_1 \cap (B \cap N)] \cup [C_2 \cap (B \cap N)]$$

Cosa succede passando al calcolo delle probabilità?

Come si calcola la probabilità (1)

- 1) Nell'**approccio classico a priori** il calcolo della probabilità di un evento si basa sulla conoscenza preliminare dell'esperimento considerato:

$$P(E) = \frac{\text{n.casi favorevoli}}{\text{n.casi possibili}}$$

Esempio:

$$P(E=5) = 1/6$$



La probabilità è data dal rapporto tra il numero dei risultati favorevoli all'evento e il numero dei risultati possibili purché essi siano tutti ugualmente probabili (equiprobabili)

Come si calcola la probabilità (2)

Altro esempio: consideriamo un mazzo di carte standard, 26 rosse e 26 nere, supponiamo di estrarre una carta

→ $P(\text{estrarre una carta nera}) = 0.5$

Il n° dei risultati favorevoli e possibili sono basati sulla conoscenza a priori dell'esperimento.

2) Nell'approccio empirico classico la probabilità è sempre definita come rapporto tra n° di casi favorevoli e possibili, ma questi valori sono basati sui dati osservati.

Gli Assiomi della probabilità

E' necessario tuttavia definire delle regole in base alle quali calcolare la probabilità che si verifichi un evento

La probabilità è una funzione di insieme che associa a ogni evento $A_i \in \mathcal{A}$ (collezione di eventi) un numero reale. La probabilità è $P(A_i)$



Un postulato (o assioma) è una proposizione che è considerata vera e non viene dimostrata

Postulato 1



$$P(A) \geq 0$$

Postulato 2



$$P(\Omega) = 1$$

Postulato 3



$$\text{sia } A \cap B = \emptyset$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Altre Proprietà della probabilità

1) Probabilità dell'evento contrario

Dato un evento A e il suo complemento $\bar{A}$ si ha che

$$P \left[\bar{A} \right] = 1 - P \left[A \right]$$

2) Probabilità dell'evento differenza

Dati due eventi compatibili A e B, la probabilità dell'evento differenza A-B è data da

$$P \left[A - B \right] = P \left[A \right] - P \left[A \cap B \right]$$

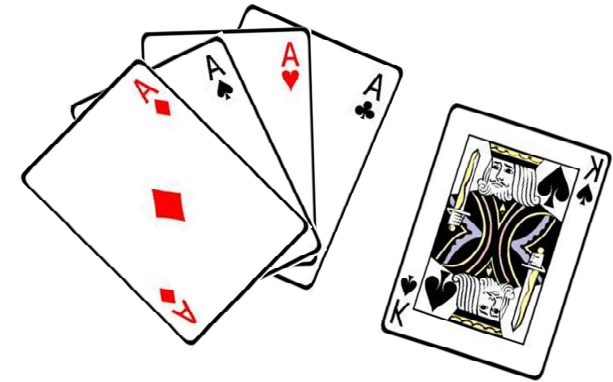
3) Probabilità dell'evento unione (probabilità totali)

Dati due eventi compatibili A e B, la probabilità che si verifichi almeno uno degli eventi è data da

$$P \left[A \cup B \right] = P \left[A \right] + P \left[B \right] - P \left[A \cap B \right]$$

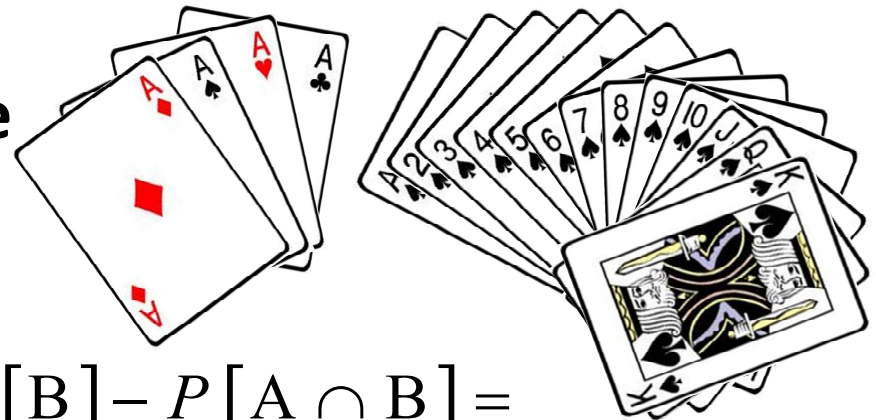
Esempio: estrazione di una carta da un mazzo

Qual è la probabilità di scegliere un asso o un re di picche?



$$P[C] = P[A \cup B] = P[A] + P[B] = \frac{4}{52} + \frac{1}{52} = \frac{5}{52} \approx 9,6\%$$

Qual è la probabilità di scegliere un asso o una carta di picche?



$$\begin{aligned} P[C] &= P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] = \\ &= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} \approx 30,7\% \end{aligned}$$

Vediamo ora in base alla definizione classica di probabilità come calcolare le probabilità di eventi per dati reali...

Per dati reali possiamo basarci sulla costruzione di tabelle a doppia entrata o di contingenza

Sia per comodità, la **Probabilità Marginale** la probabilità del verificarsi di un evento semplice; esempio:

la probabilità che venga pianificato l'acquisto di un nuovo televisore

Acquisto Pianificato	Acquisto Effettivo		Totale
	SI	NO	
SI	200	50	250
NO	100	650	750
Totale	300	700	1000

La probabilità di estrarre a caso un soggetto che ha pianificato l'acquisto si ottiene applicando la definizione classica

$$P(\text{acquisto pianificato}) = \frac{\text{n° soggetti che hanno pianificato l'acquisto}}{\text{n° totale di soggetti}}$$
$$= n_{1.} / n = 250 / 1000 = 0,25$$



La probabilità che un soggetto abbia pianificato di acquistare una nuova TV è pari a 0,25 (25%)

Allo stesso modo la probabilità di estrarre a caso un soggetto che ha acquistato la TV si ottiene come

$$P(\text{acquisto effettuato}) = \frac{\text{n° soggetti che hanno effettuato l'acquisto}}{\text{n° totale di soggetti}}$$
$$= n_{.1} / n = 300 / 1000 = 0,30$$



La probabilità che un soggetto abbia acquistato una nuova TV è pari a 0,30 (30%)

Calcolo delle Probabilità Congiunte

Si riferiscono al simultaneo verificarsi di eventi semplici:
la probabilità che l'acquisto del Tv è pianificato e realizzato

$$\begin{aligned} &P(\text{acquisto pianificato e acquisto effettivo}) = \\ &= \frac{\text{n° soggetti che hanno pianificato e acquistato una TV}}{\text{n° totale di soggetti}} = n_{11}/n = 200/1000 = 0,20 \end{aligned}$$

Calcolo delle Probabilità dell'unione di eventi

$$\begin{aligned} &P(\text{acquisto pianificato o acquisto effettivo}) = \\ &P(\text{acquisto pianificato}) + P(\text{acquisto effettivo}) \\ &- P(\text{acquisto pianificato e acquisto effettivo}) = \\ &= n_{1.}/n + n_{.1}/n - n_{11}/n = 250/1000 + 300/1000 - 200/1000 = \\ &= 0,35 \end{aligned}$$

Qual è la logica dell'unione di eventi?

Acquisto Pianificato	Acquisto Effettivo	Totale	
	SI		NO
SI	200	50	250
NO	100	650	750
Totale	300	700	1000

Quando sommiamo la Probabilità degli eventi “acquisto pianificato” (1^a riga) e “acquisto effettivo” (1^a colonna) contiamo due volte la probabilità dell’evento intersezione “acquisto pianificato e acquisto effettivo” (intersezione tra la 1^a riga e 1^a colonna). Poiché tale probabilità viene contata due volte occorre sottrarla per ottenere il risultato corretto

Eventi incompatibili

- Supponiamo che ai 300 individui che hanno acquistato la TV sia stato chiesto di specificare la modalità di acquisto:

Grande Magazzino	183
Internet	87
Posta	30
Totale	300

Qual è la Probabilità che un individuo selezionato a caso tra i 300, abbia scelto di effettuare l'acquisto via Internet oppure tramite posta ?

$$P(\text{internet o posta}) = P(\text{internet}) + P(\text{posta}) - P(\text{internet e posta}) = 87/300 + 30/300 - 0/300 = 0,39$$

La probabilità che un consumatore effettui la transazione via Internet e via posta è nulla, ossia i due eventi relativi sono tra loro *incompatibili*: quando uno dei due si realizza l'altro non può verificarsi